

DİK ÜÇGENİN KENARLARI ARASINDAKİ İLİŞKİ

İçindekiler

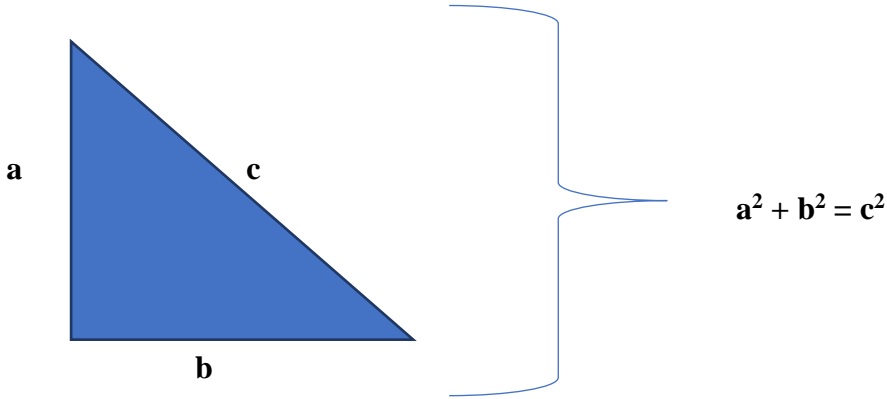
1. Giriş
 - a. Amaç
2. Yöntem
3. Bulgular
 - a. Kuralın İnşa Edilmesi
 - b. Kuralın Geçerliliğinin Belirtilmesi
4. Sonuç ve Tartışma
5. Kuralın Uygulanabilirliği
6. Kaynaklar

1.Giriş: Dik üçgenin kenarları arasındaki ilişkiyi yıllar önce Pisagor(Pythagoras) bulmuştur. (1) Biz de onun bulduğu kurallar çerçevesinde bu konuyu anlamaya çalışıyoruz. Hem günlük hayatta hem de ortaokul ve lisede matematik müfredatında sıkça karşılaştığımız bu Pisagor teoremine farklı bir bakış açısı getirerek var olan kenarlarına göre özel dik üçgenlere yenilerini eklemek istiyoruz.

- a. **Amaç:**Kenarlarına göre özel üçgenlerden en bilindik olanı 3-4-5 üçgenidir. Bunlardan başka en çok kullanılan 5-12-13, 8-15-17, 7-24-25 olup diğerleri de nadir de olsa karşımıza çıkmaktadır. Bizim buradaki amacımız belirli bir kuralının var olup olmadığını ya da bu sayıların denenerek mi bulunduğu keşfetmektir.

2.Yöntem: Pisagor bağıntısı sayesinde elde edilecek özel üçgenleri deneme yanılmayla bulabiliriz ancak bulacağımız kuralı sayesinde temel matematik becerilerini kullanarak bir denklem elde edeceğiz.

3.Bulgular:



Pisagor teoreminin verilen şekliyle bilinen bazı özel üçgenleri yineleyelim.

$$3^2+4^2 = 5^2$$

$$8^2+15^2 = 17^2$$

$$5^2+12^2 = 13^2$$

$$9^2+40^2 = 41^2$$

$$7^2+24^2 = 25^2$$

$$11^2+35^2 = 37^2$$

gibi...

a) **Kuralın İnşa Edilmesi:** Bu yazdıklarımızın içinden acaba nasıl bir kural buluruz diye düşünürken dikkatimizi çeken bir durum olduğunu fark ettik. (3-4-5), (8-15-17), (10-24-26), (12-35-37) gibi bazı özel üçgenlerin kenar uzunlukları arasında özel bir ilişki var. Bu ilişkiyi aşağıda açıklayalım.

4	3	5
8	15	17
10	24	26
12	35	37
.	.	.
.	.	.
.	.	.
ÇİFT SAYI	DOĞAL SAYI	BİR ÖNCEKİ DOĞAL SAYININ İKİ
ARDIŞIĞI		
2k	x	x+2

Yukarıda elde ettiğimiz bu düzene göre Pisagor teoremini uygulayalım.

$$x, k \in \mathbb{N} \text{ için; } (2k)^2 + (x)^2 = (x+2)^2$$

$$4k^2 + x^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$4k^2 - 4 = 4x$$

$$k^2 - 1 = x \text{ sonucu ortaya çıkmaktadır.}$$

Elde ettiğimiz sonuçlara göre ; $2k, x, x+2$ üçgenimizi k değişkenine göre tek bilinmeyen üzerinde toparlamaya çalışırsak.

$$(2k) - (k^2 - 1) - (k^2 + 1)$$

Kuralını elde ederiz.

b. Kuralın Geçerliliğinin Belirtilmesi: Yukarıda elde ettiğimiz kurala göre sık bilinmeyen özel üçgenleri de kolayca ortaya çıkarmış oluyoruz.

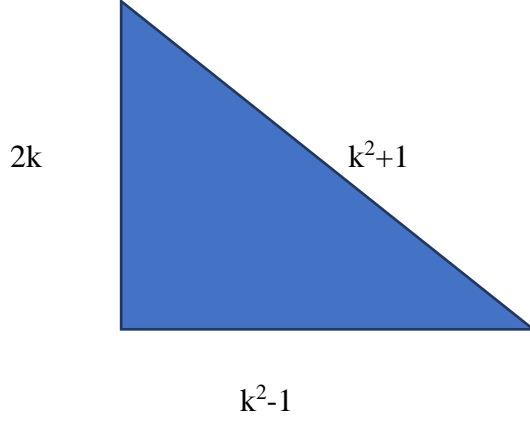
$k \in \mathbb{N}$ ve $k \geq 2$ için;

k=2 için	4-3-5
k=3 için	6-8-10
k=4 için	8-15-17
k=5 için	10-24-26
k=6 için	12-35-37
k=7 için	14-48-50
.....

Örüntü bu şekilde gitmektedir.

4. Sonuç ve Tartışma:

KURAL:



Elde ettiğimiz dik üçgende Pisagor Kuralı'na göre kenarları tamsayı olan özel dik üçgenleri rahatlıkla bulmuş oluyoruz. Bu sayede Pisagor bağıntısı ile ilgili birçok sorunun cevabına kestirmeden ulaşıyoruz. Ayrıca bu konu ile bağlantılı diğer konulardan da karşımıza çıkan örnekler bulunmaktadır. Bu örneklerden bazıları da bulduğumuz kuralla daha kolay çözülebilmektedir.

Bu çalışmadan da görüleceği üzere dik üçgen kuralımız birçok özel dik üçgeni keşfetmeye katkı sağlamış ve farklı soru tiplerinde de yorumlarda bulunmayı kolaylaştırmıştır.

5.Kaynaklar:

(1) <https://tr.wikipedia.org/wiki/Pisagor>